

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Ивановский государственный энергетический университет имени В.И.Ленина»

Кафедра теоретической и прикладной механики

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Тема: «Разработка лабораторного стенда для определения  
жесткости опор»**

Выполнила:

Исмаилова В.Р.

студентка гр. 4-33

Научный руководитель:

к.т.н., доцент Огурцов Ф.Б.

Иваново - 2022

Цель работы: Разработка методов оценки состояния упругих опор лабораторного стенда на базе теории стержневых систем и разработка методического материала.

Задачи:

- экспериментальное определение статических деформаций;
- оценка жесткости опор на базе метода Бубного;
- разработка конечно-элементной модели упругой опоры;
- проведение расчета деформаций при различных видах нагружения и определение жесткости опоры на базе конечно-элементного моделирования;
- проведение сравнительного анализ результатов.

## 1. Описание стенда

За базу для исследования был выбран стенд, который представляет собой полуугольную балку с двумя упругими опорами на концах. Внешний вид стенда представлен на рис.1

Упругая опора представлена в виде металлической модели, которая разрешает вертикальные и угловые перемещения. Внешний вид упругой опоры представлен на рис.2,3.

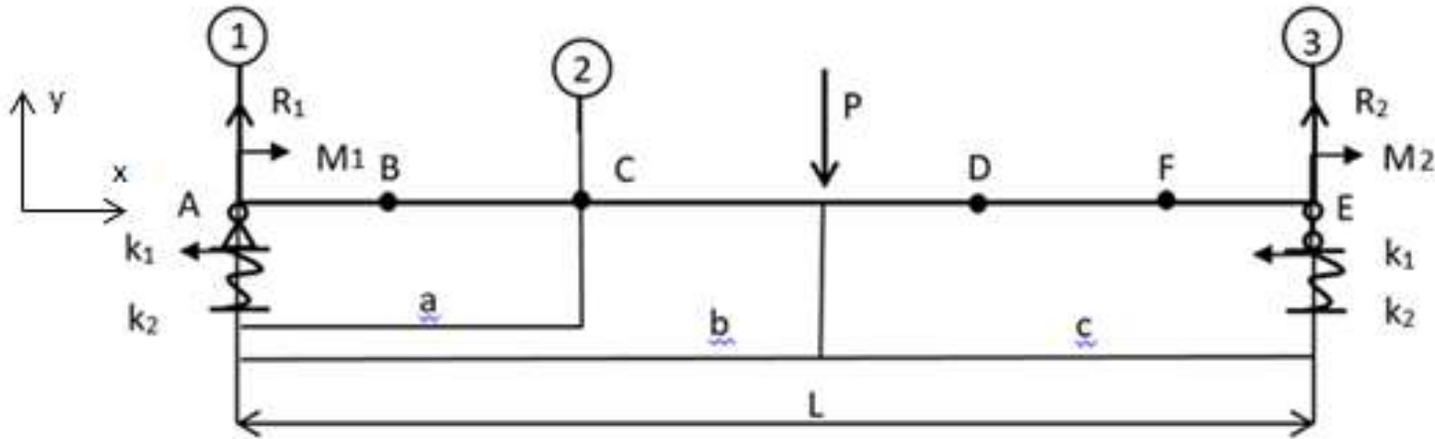


Рис.1. Внешний вид стенда



Рис.2,3. Вид опоры

## 2. Экспериментальное исследование деформации



Исходные данные:

- длина балки:  $L=700$  мм;
- расстояния между точкой приложения сил  $b=330$  мм,  $c=370$  мм;
- расстояния, между микрометрами и точкой приложения силы:
- значение приложенной силы:  $P=mg$ , где  $m$  – масса равная 4 кг,  $g$  – ускорение свободного падение, равное  $9,8$  м/с<sup>2</sup>.

Рис.4 Расчетная схема

Было проведено измерение прогибов в шести точках, расположенных на балки в точках A, B, C, D, F, E

1 опыт:  $a=145$  мм;

2 опыт:  $a=290$  мм;

3 опыт:  $a=390$  мм;

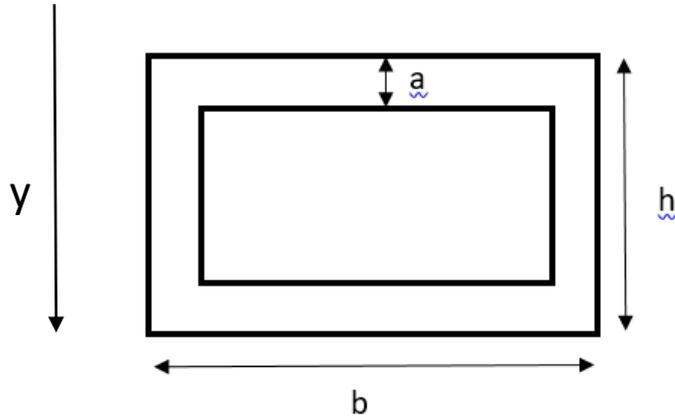
4 опыт:  $a=530$  мм;

Результаты эксперимента:

$y(A)$ , мк	$y(B)$ , мк	$y(C)$ , мк	$y(D)$ , мк	$y(F)$ , мк	$y(E)$ , мк
-30	-55	-100	-80	-50	-24

Таблица 1 - Экспериментальные данные

### 3. Предварительная оценка жесткости балки



Высота:  $h=25$  мм;

Ширина:  $b=40$  мм;

Толщина:  $a=2$  мм;

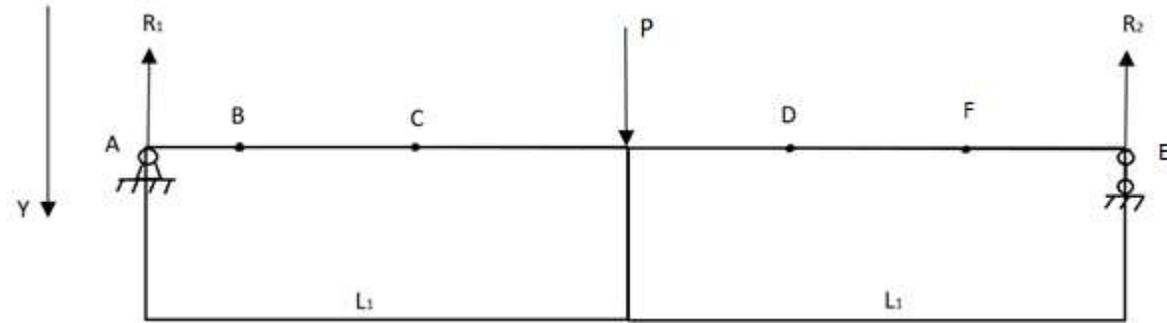


Рис.5 Расчетная схема

Момент инерции для прямоугольного сечения:

$$J = \frac{b * h^3}{12}$$

$$J_y = J_2 - J_1 = \frac{40 * 25^3}{12} - \frac{36 * 21^3}{12} = 51685 \text{ (мм}^4\text{)} = 51685 * 10^{-12} \text{ (м}^4\text{)};$$

- значение приложенной силы:  $P=mg$ , где  $m$  – масса равная 4 кг,  $g$  – ускорение свободного падения, равное  $9,8 \text{ м/с}^2$ .  $P=39,2$  (Н)
- исходные данные, расстояния от левой опоры до точки измерения были взяты из экспериментальных данных.
- расстояние от левой опоры до точки приложения силы  $l_1 = 0,33$  (м)
- расстояние от точки приложения силы до правой опоры до  $l_2 = 0,37$  (м)
- $E = 2 * 10^{11}$  (Па).

## Анализ значений стрелы прогиба

$y(B)$ , мк	$y(C)$ , мк	$y(D)$ , мк	$y(F)$ , мк
16,09	26,1	26,3	17,8

Табл.2 Значения прогибов

$y(B)$ , мк	$y(C)$ , мк	$y(D)$ , мк	$y(F)$ , мк
-55	-100	-80	-50

Табл.1 Экспериментальные данные

Вывод: При таких размерах балки, полученного по результатам предварительного осмотра, стрела прогиба должна составлять приметно 26,1 мк. Из экспериментальных данных величина стрелы прогиба в этой точке, считается как разность между прогибом в точке С и прогибом на конце балки, т:  $100 \text{ мк} - 26,1 \text{ мк} = 73,9 \text{ мк}$ .

Соответственно стрела прогиба получается значительно больше. Высчитанное ранее  $EJ_z$  является не корректным, поэтому далее в дальнейших расчетах считаем  $EJ_z$  – неизвестное величиной

## 4. Оценка жесткости опор аналитическим методом

Общий вид уравнения

$$y(x_n) = \frac{1}{EJ_y} \left[ \frac{-M_1 * x_n^2}{2} + \frac{R_1 * x_n^3}{6} - \frac{P * (x_n - \beta)^3}{6} + C * x + D \right]$$

$y(x_n) = y_n$ , где  $y_n$  – экспериментальное значение прогиба

$M, R, C, D, EJ_y$  – неизвестные переменные

С левого края балки:

$$M_1 = -3,3987 \text{ (Н * м);}$$

$$R_1 = 12,4832 \text{ (Н);}$$

$$C = 0,0706;$$

$$D = -1.1879;$$

$$EJ_y = 294,61 \text{ (Н * м}^2\text{)}$$

С правого края балки:

$$M_2 = -1.25 \text{ (Н * м);}$$

$$R_2 = 4.1666 \text{ (Н);}$$

$$C = 0.2642;$$

$$D = -0.0098;$$

$$EJ_y = -618.3726 \text{ (Н * м}^2\text{);}$$

Линейная жесткость будет равна:

$$k = \frac{R_1}{y(A)} \quad k = 6.443 * 10^5 \left( \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right)$$

Угловая жесткость:

$$k_\varphi = \frac{M_1}{y'(A)} \quad k_\varphi = 3,012 * 10^4 \left( \frac{\text{Н * м}}{\text{рад}} \right)$$



Рис.6 Крепление правой опоры

## 5. Оценка влияния погрешности измерений на полученные результаты

погрешность		$R_2$ (12,4832 (Н))	$M_2$ (-3,3987 (Н * м))	ЕI (294,61 (Н * м <sup>2</sup> ))
т.Ф	+10 <u>МК</u>	2.9509	-0.65	-400.16030
	-10 <u>МК</u>	-19.1537	4.7456	-1359.9937
т.Д	+10 <u>МК</u>	85.3640	-17.8024	4837.98432
	-10 <u>МК</u>	3.1779	-0.52737	-290.61373
т.С	+10 <u>МК</u>	1.0379	-0.033107	-335.9831
	-10 <u>МК</u>	-37.9861	7.6120	-3876.6294

Табл.3 Таблица вариации +/-10

погрешность		R	M
т.Ф	+2 МК	4.7934	-1.3872
	-2 МК	3.6203	-1.1466
т.Д	+2 МК	3.6055	-1.2343
	-2МК	4.7242	-1.3062
т.С	+2 МК	4.3002	-1.2230
	-2 МК	4.1872	-1.3420

Табл.4 Таблица вариации +/-2

Для примера, рассчитаем линейную и угловую жесткость, в точке С с погрешностью -10 МК

Линейная жесткость:

$$y(0.7) = 24 \text{ (МК)}$$

$$k = \frac{R_2}{y(0.7)} = 2,328 * 10^{-5} \text{ (Н/м);}$$

Угловая жесткость

$$y'(0.7) = 4,087 * 10^{-4} \text{ (рад);}$$

$$k_\varphi = \frac{M_1}{y'(0.7)} = 3,012 * 10^4 \left( \frac{\text{Н*м}}{\text{рад}} \right);$$

## 6. Численный расчет модели упругой опоры

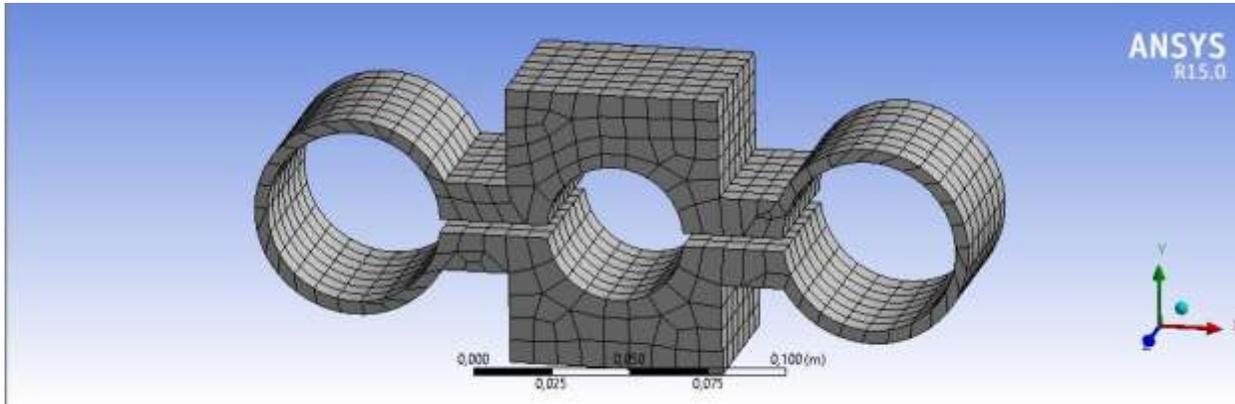


Рис.7 Геометрия модели пружины

Outline of Schematic A2: Engineering Data

	A	B	C	D	E
1	Contents of Engineering Data			Source	Description
2	Material				
3	Structural Steel		<input type="checkbox"/>		Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1
*	Click here to add a new material				

Properties of Outline Row 3: Structural Steel

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	7850	kg m <sup>-3</sup>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			<input type="checkbox"/>	
6	Isotropic Elasticity			<input type="checkbox"/>	
12	Strain-Life Parameters			<input type="checkbox"/>	
20	S-N Curve	Tabular		<input type="checkbox"/>	
24	Tensile Yield Strength	2,5E+08	Pa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25	Compressive Yield Strength	2,5E+08	Pa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26	Tensile Ultimate Strength	4,6E+08	Pa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27	Compressive Ultimate Strength	0	Pa	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Рис.8 Элементы модели

# Схема расчетных нагрузок

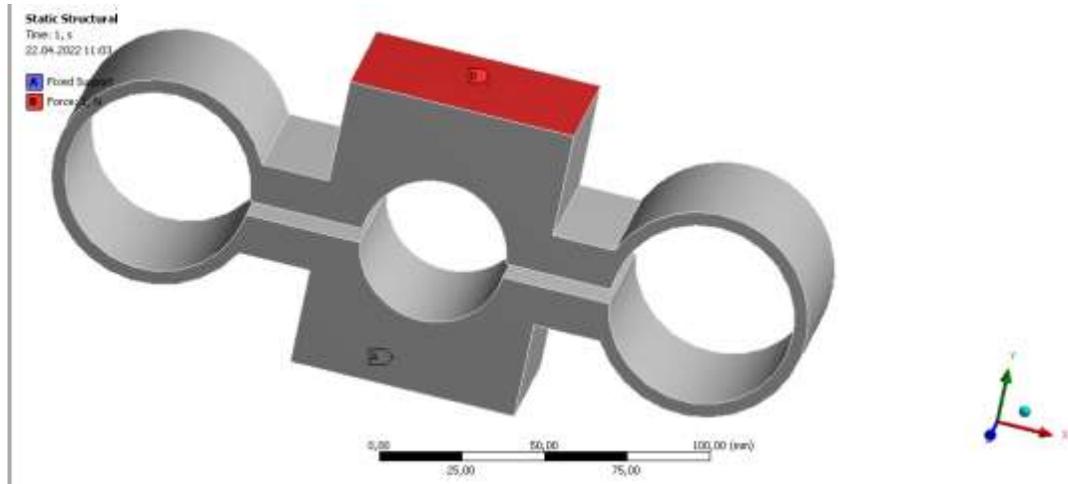


Рис.9. Модель пружины с заданными граничными условиями и распределенной нагрузки по всей поверхности.

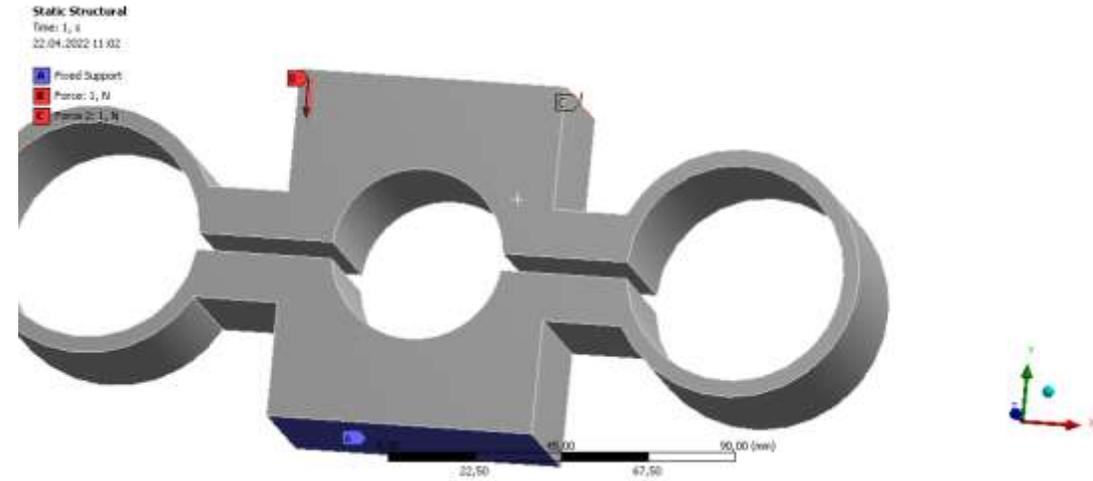


Рис.10. Модель пружины с заданными граничными условиями и распределенной нагрузкой направленной в разные стороны по краям.

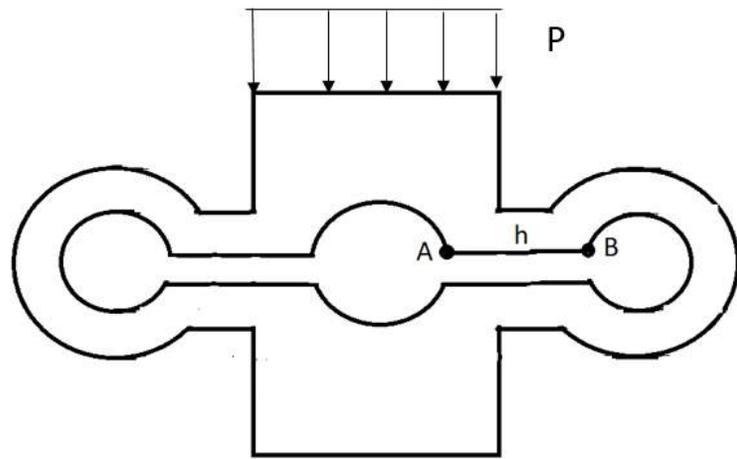


Рис.11 Первый вид

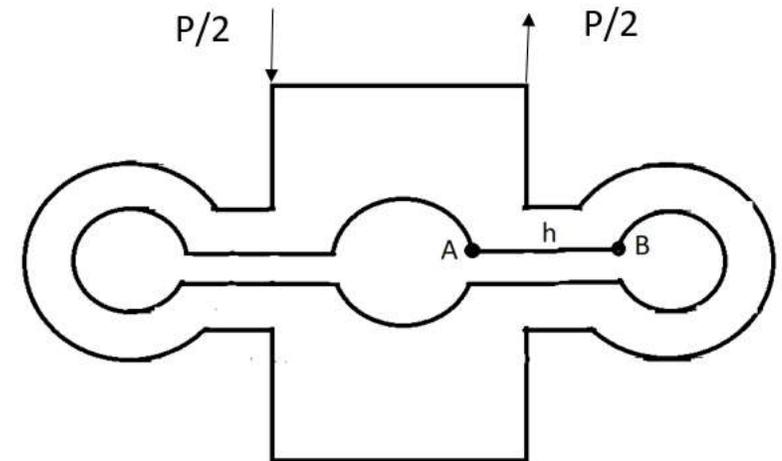


Рис.12 Второй вид

# Результаты расчета деформаций

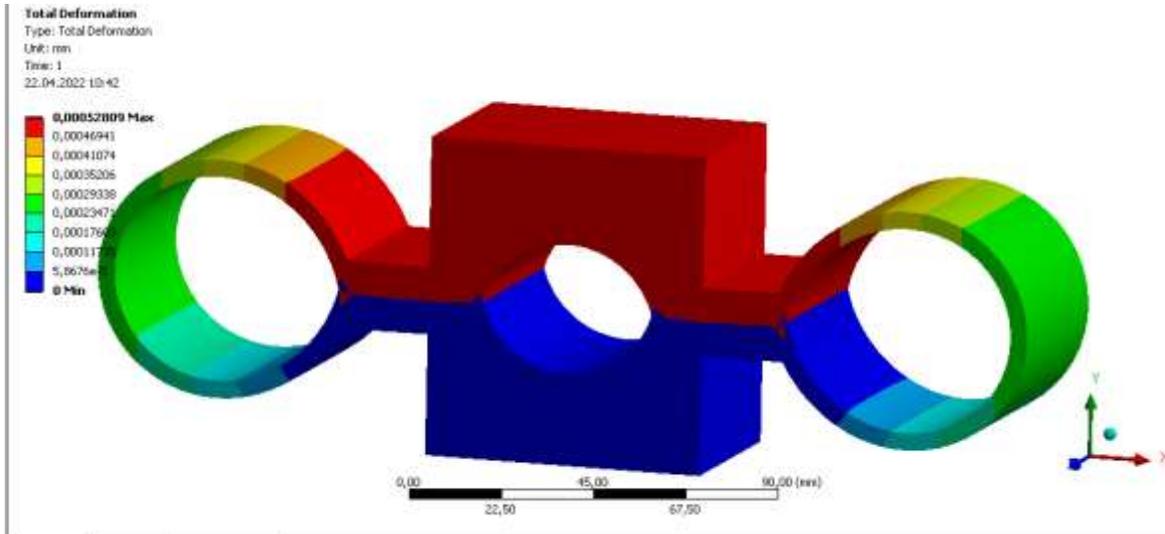


Рис.13. Эпюра деформации

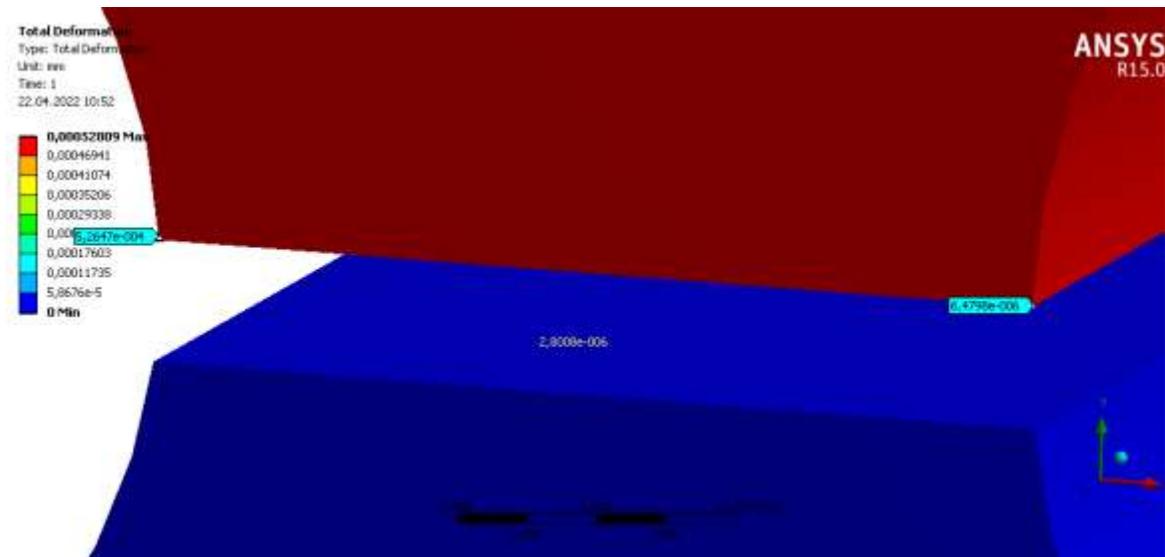


Рис.14. Точечные перемещения на определенном отрезке

Перемещение пружины:  $L = 5,2647 * 10^{-4}$  (мм)

Зная перемещение пружины и приложенную нагрузку, по закону Гука  $P = k * L$ ,

$P = 1$  (Н)

$$k = \frac{P}{L} = \frac{1}{5,2647 * 10^{-4}} = 1.899 \text{ (кН/мм)}$$

Где  $k$  – жесткость пружины,  $L$  – ее удлинение, а  $F$  – приложенная нагрузка.

## Результаты расчета деформаций

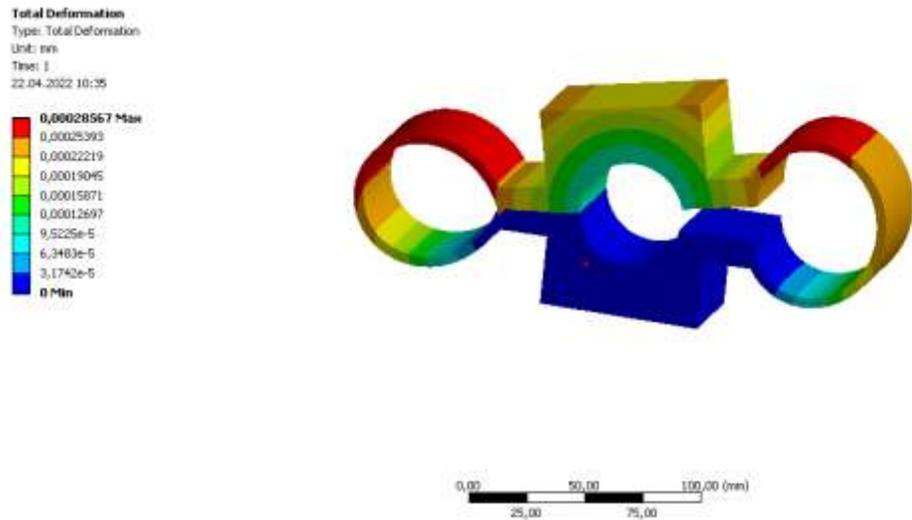


Рис.15. Эпюра деформации

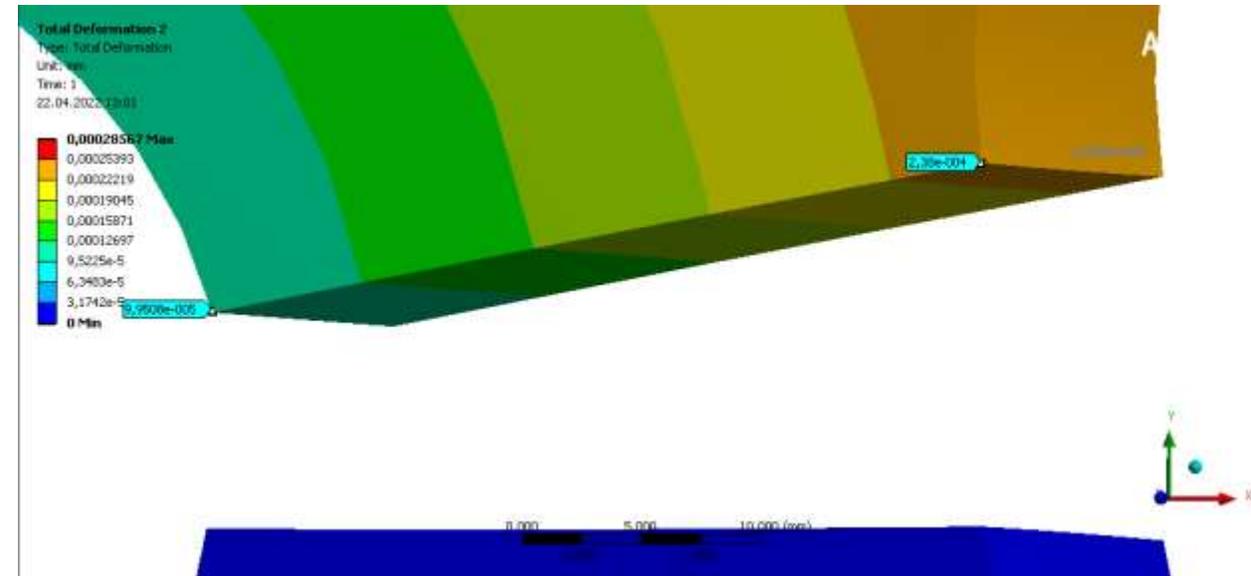


Рис.16. Точечные перемещения на определенном отрезке

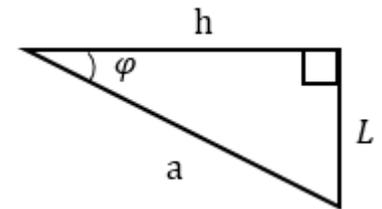
Возникает изгибающий момент  $M$ , следовательно, угловая жесткость будет рассчитана как:

$$k_{\varphi} = \frac{M}{\varphi}, \quad M = P * h = 0.032829 \text{ (Н*м)} \quad P=1 \text{ (Н)}$$

Геометрически определяем максимальное отклонение от нормали.

Перемещение будет равно

$$L = 1.38 * 10^{-4} \text{ (мм)}, \text{ а рассматриваемый отрезок равен } h=0.032829 \text{ (м)}$$



$$\tan \varphi = \frac{L}{h},$$

$$\varphi = 0,0000042 \text{ [рад]}$$

$$k_{\varphi} = 7816 \left( \frac{\text{Н * м}}{\text{рад}} \right)$$

## 7. Сравнительный анализ жесткостей опоры

Результаты жесткостей, полученные при расчете в ANSYS:

$$k_{\text{ансис}} = 18,99 * 10^5 \text{ (Н/м)} - \text{линейная жесткость}$$

$$k_{\varphi(\text{ансис})} = 7816 \left( \frac{\text{Н*м}}{\text{рад}} \right) - \text{угловая жесткость}$$

Жесткости левой опоры, рассчитанные при помощи экспериментальных данных:

$$k_{\text{эксп}} = 6.443 * 10^5 \text{ (Н/м)} - \text{линейная жесткость}$$

$$k_{\varphi(\text{экс})} = 30120 \left( \frac{\text{Н*м}}{\text{рад}} \right) - \text{угловая жесткость}$$

$$\frac{k_{\text{ансис}}}{k_{\text{эксп}}} \approx 3 \text{ раза}$$

$$\frac{k_{\varphi(\text{экс})}}{k_{\varphi(\text{ансис})}} \approx 4 \text{ раза}$$

Аналогично сравним данные полученные правой опоры при погрешности - 10 мк в точке С.

$$k = 0,2328 * 10^5 \text{ (Н/м)};$$

$$k_{\varphi} = 80.995 \left( \frac{\text{Н*м}}{\text{рад}} \right);$$

$$\frac{k_{\text{ансис}}}{k_{\text{эксп}}} \approx 80 \text{ раза}$$

$$\frac{k_{\varphi(\text{экс})}}{k_{\varphi(\text{ансис})}} \approx 97 \text{ раз}$$

## Заключение

В ходе ВКР были произведены следующие работы и получены следующие результаты:

- 1) Произведен анализ методов оценки состояния упругих опор. По результатам анализа подобран математический аппарат для решения задачи по методу Бубного.
- 2) Произведено экспериментальное исследование оценки деформаций, получены экспериментальное значение прогибов для дальнейших расчетов.
- 3) Разработана методика оценки жесткости опоры на базе метода Бубного, произведен расчет жесткости опоры и найдены значения жесткостей.
- 4) Произведена оценка влияний погрешности измерения, в результате было установлено, что для получения приемлемого разброса результатов, необходимая точность измерения составляет  $\pm 2$  мк.
- 5) Произведен численный расчет модели упругой опоры: была разработана модель в программном комплексе ANSYS, произведены расчеты деформаций, вычлены жесткости.
- 6) Произведен сравнительный анализ результатов работы. В результате апробации методики было установлено, что при ее использовании удастся получить грубую качественную оценку жесткости опоры с погрешностью в 3-4 раза. Дальнейшее увеличение точности требует совершенствование стенда и использования микрометров с точностью до  $\pm 2$  мк.